Exponentielles

Rappel : $n \in Z$ et $a \in R^{+*}$

$$e^{n*\ln a} = (e^{\ln a})^n = a^n$$

Définition : $b \in R$, $a \in R^{+*}$

$$a^b = e^{b*\ln a}$$

$$\ln (a^b) = b (\ln a)$$

Les limites

si $\alpha > 0$: $x^{\alpha} = e^{\alpha \ln x}$

$$\lim_{x \to +\infty} x^{\alpha} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 0} x^{\alpha} = 0$$

si $\alpha < 0$:

$$\lim_{x \to +\infty} x^{\alpha} = 0$$

$$\lim_{x \to 0} x^{\alpha} = +\infty$$

Formes indéterminées avec ln en $+\infty$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

Conséquence immédiate : si $n \geq 2$ alors $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$

si $\alpha > 0$: $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^{\alpha}} = \mathbf{0}$

si $\alpha > 0$: $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^{\alpha}} = +\infty$

$$\lim_{x \to -\infty} xe^{x} = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} x^{\alpha}e^{-x} = 0$$

Définition : g(x) = a^x est une fonction exponentielle de base a.

si $\alpha > 0$:

la fonction f(x) = x^{α} est strictement croissante sur [0 ; + ∞[.

f(0) = 0

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

si $\alpha < 0$:

la fonction f(x) = x^{α} est strictement décroissante sur]0 ; + ∞[.

$$\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$$

Définition : a $\in$ R, **e^a est l'unique solution réelle de l'équation ln x = a**

(ln réalise une bijection de R^{+*} sur R).

Formules fondamentales :

$$\mathbf{e^{(a+b)} = e^a * e^b}$$
$$\mathbf{e^{(\ln r)} = r}$$

$$\lim_{x \to +\infty} e^{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} e^{x} = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

<u>Théorème à propos de la dérivée</u> : si u dérivable sur un intervalle I alors e^u ' = exp u est dérivable sur I et
$(e^u)' = u' * e^u$.